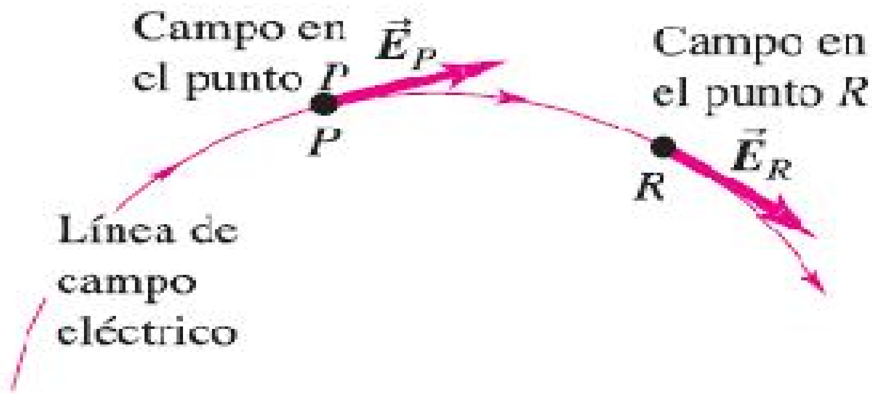
Fisica II: Gauss

Profesora : Dra. Elsa Hogert

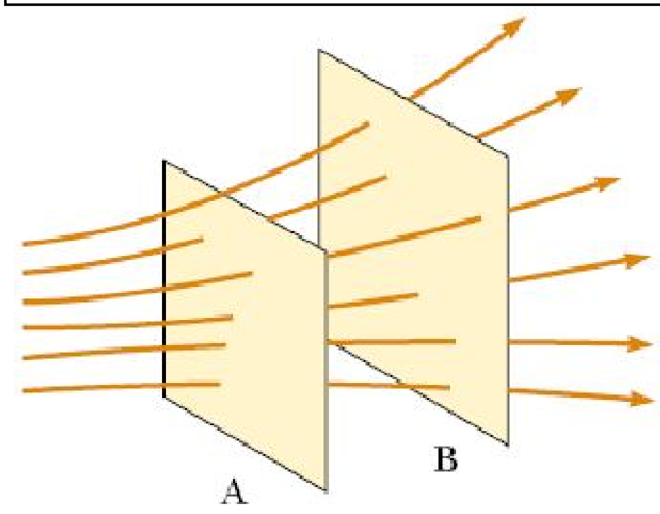
- Bibliografía consultada: Sears- Zemasnky -Tomo I I
  Serway- Jewett – Tomo I I

LINEAS DE CAMPO ELECTRICO

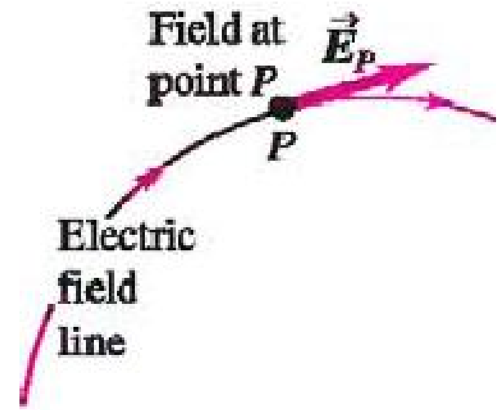


Línea de campo eléctrico es una curva imaginaria trazada a través de una región del espacio, de modo tal que su tangente en cualquier punto tenga la dirección del vector campo eléctrico en ese punto.

Las líneas de campo eléctrico muestran la dirección de **E** en cada punto, y su separación da una idea general su *magnitud*. Donde es intenso, se dibujan líneas estrechamente agrupadas; donde es más débil, las líneas están más separadas

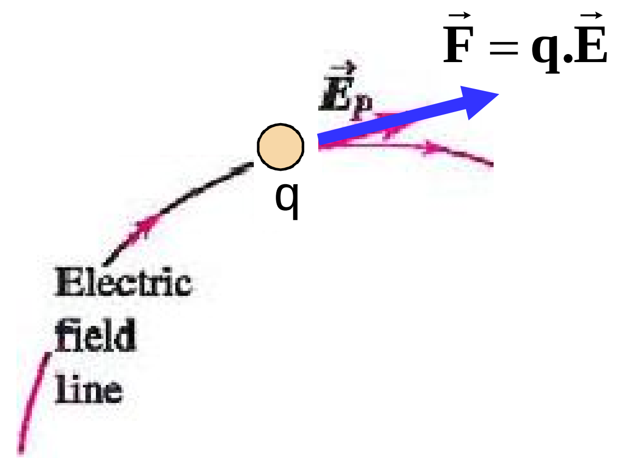


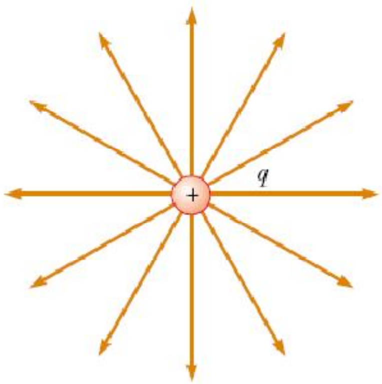
En cualquier punto del espacio **E** tiene una única dirección, por lo que sólo una línea de campo puede pasar por cada punto del espacio. En otras palabras, **las líneas de campo nunca se cruzan.**

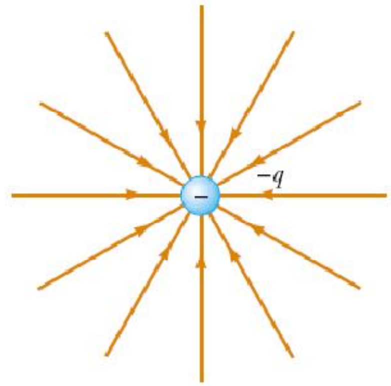


Una partícula cargada que se mueve en una zona donde existe **E** soporta una fuerza eléctrica **F** tangente a las líneas de **E**.

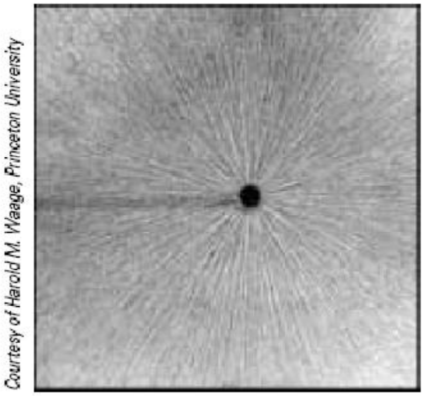
Las líneas de E no son la trayectoria de la partícula

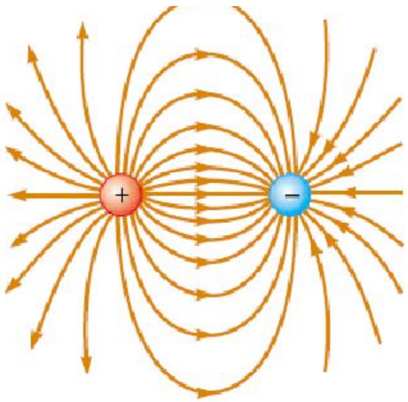




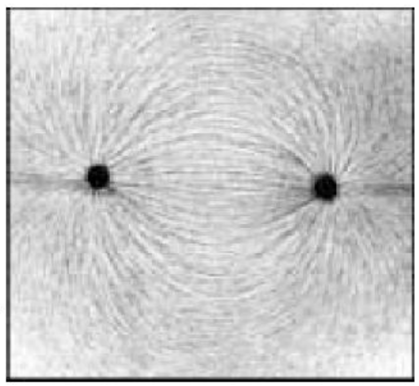


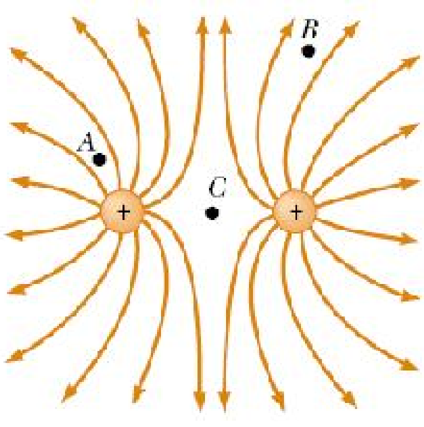
Courtesy of Harold M. Waage, Princeton University



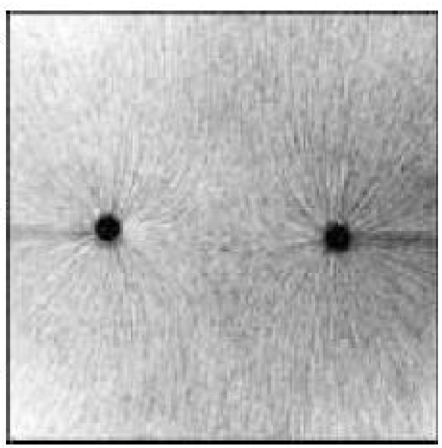


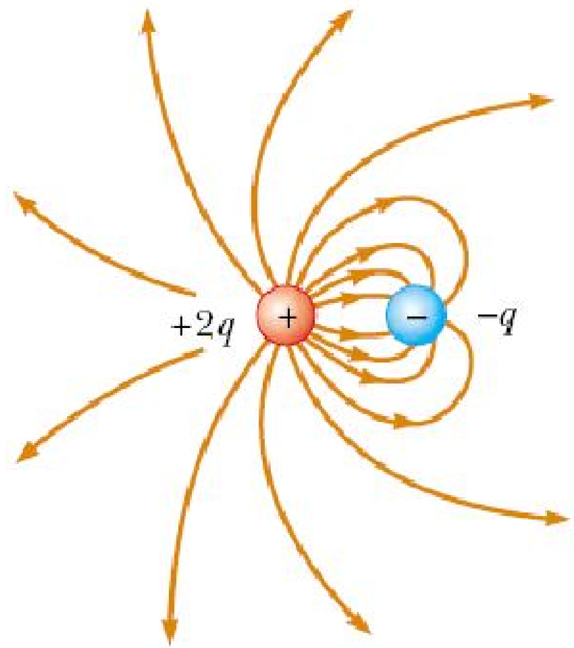
Courtesy of Harold M. Waage, Princeton University





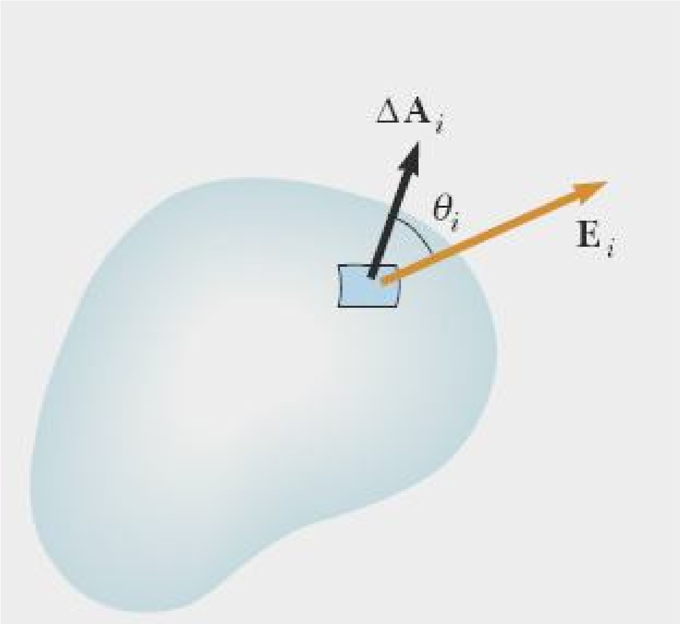
Courtesy of Harold M. Waage, Princeton University





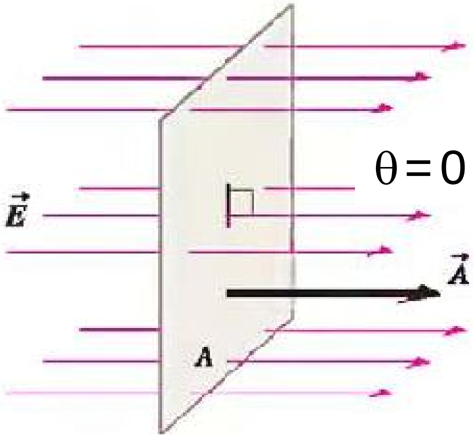
FLUJO DEL CAMPO ELECTRICO

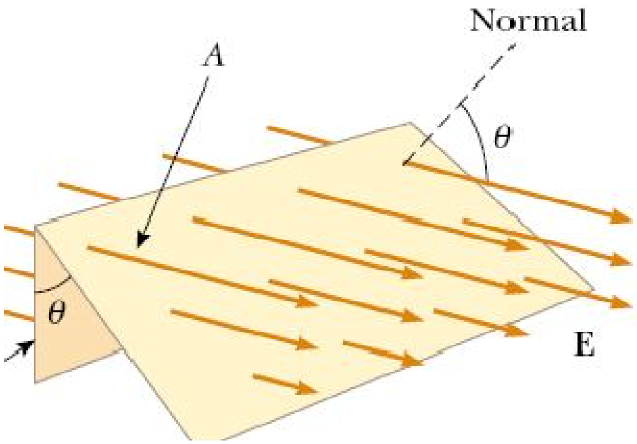
$$\phi_E = \iint \vec{E}.d\vec{A} \qquad [\phi_E] = \frac{N}{C} m^2$$

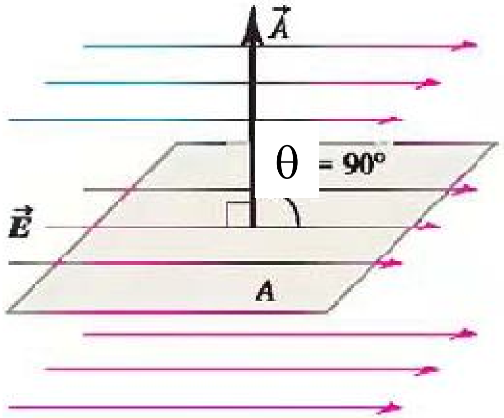


$$d\vec{A} = \hat{n}.dA$$

$$\phi_E = \iint E.\cos\theta_i.dA$$

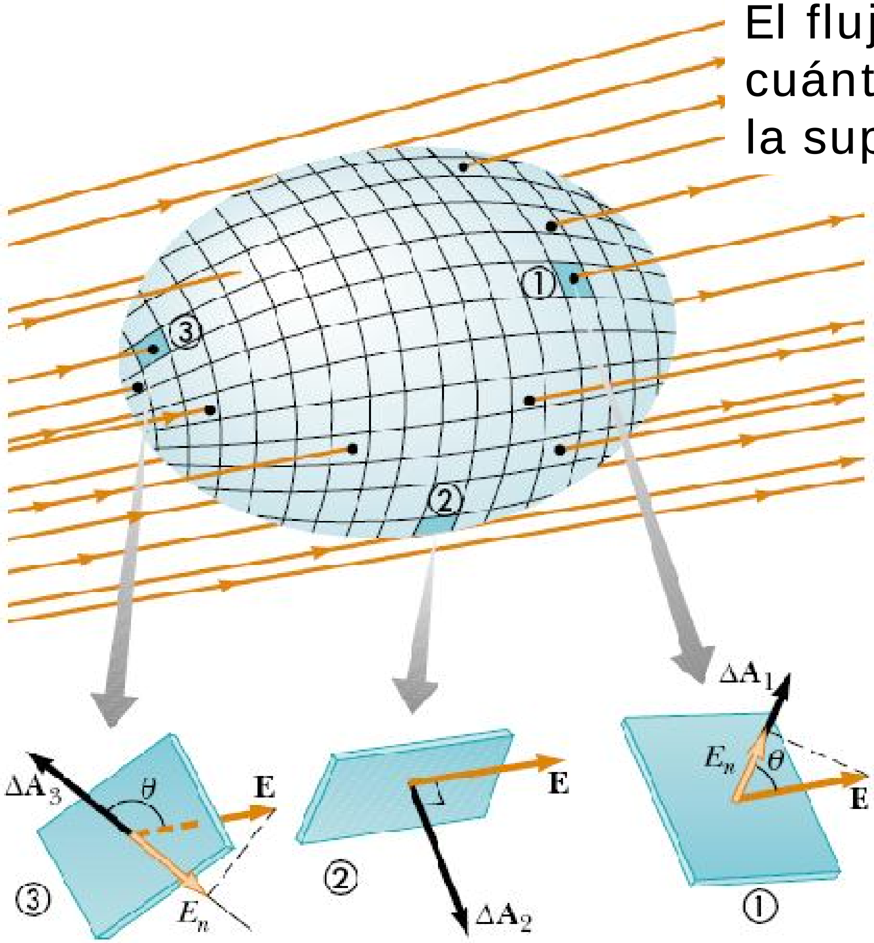






$$\phi_E = \oint\!\!\oint E\cos\theta_i \, dA = \oint\!\!\oint E_n \, dA$$

El flujo de campo eléctrico es comocontar cuántas líneas de campo neta atraviesan la superficie cerrada

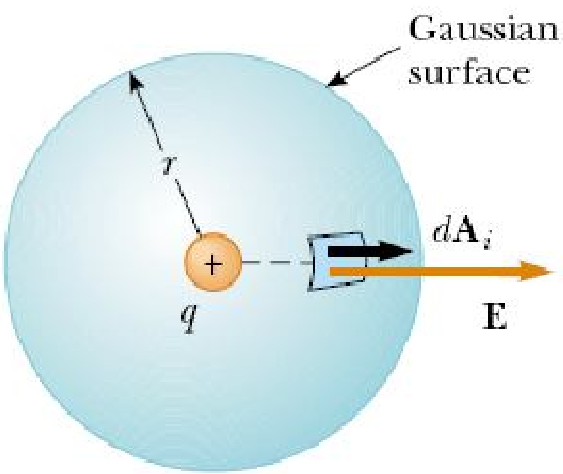


Número de líneas que salen menos las líneas que entran a la superficie cerrada

LEY DE GAUSS

$$\boxed{\phi_E = \oint\!\!\oint \vec{E}\,.d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}}$$

Carga puntual



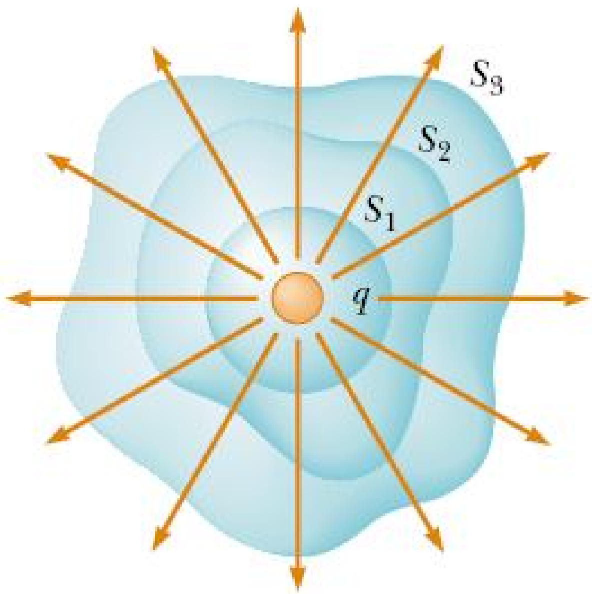
$$\vec{E}(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,\vec{r}}{|\vec{r}|^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,\hat{r}}{|\vec{r}|^2}$$

$$d\vec{A} = dA.\hat{n} = dA.\hat{r}$$

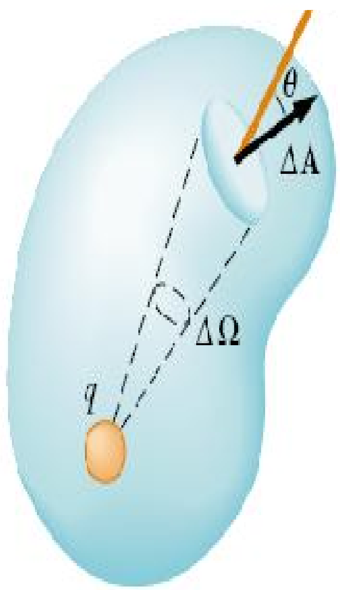
$$\vec{E}.d\vec{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}|^2}\hat{r}.dA\,\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}|^2}dA$$

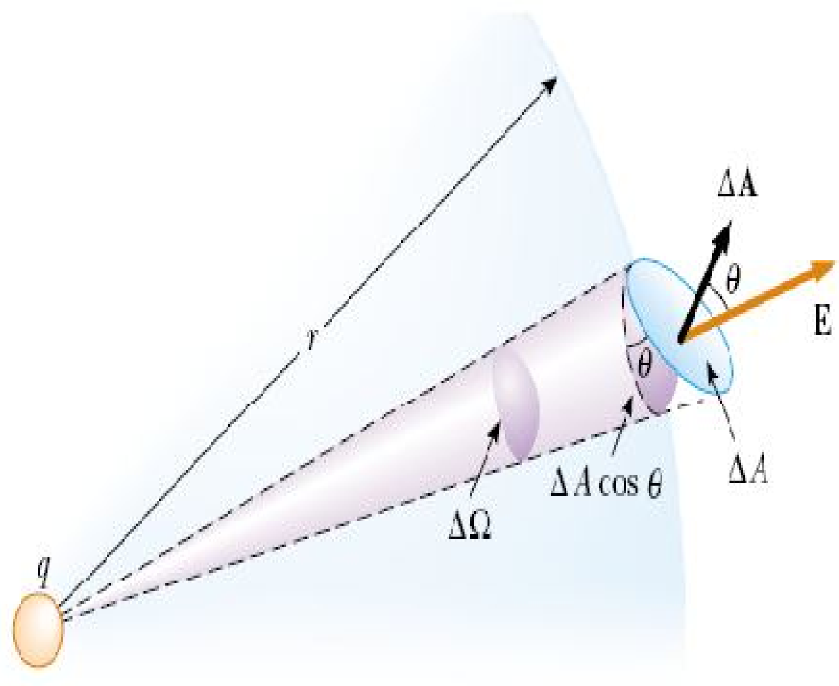
$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

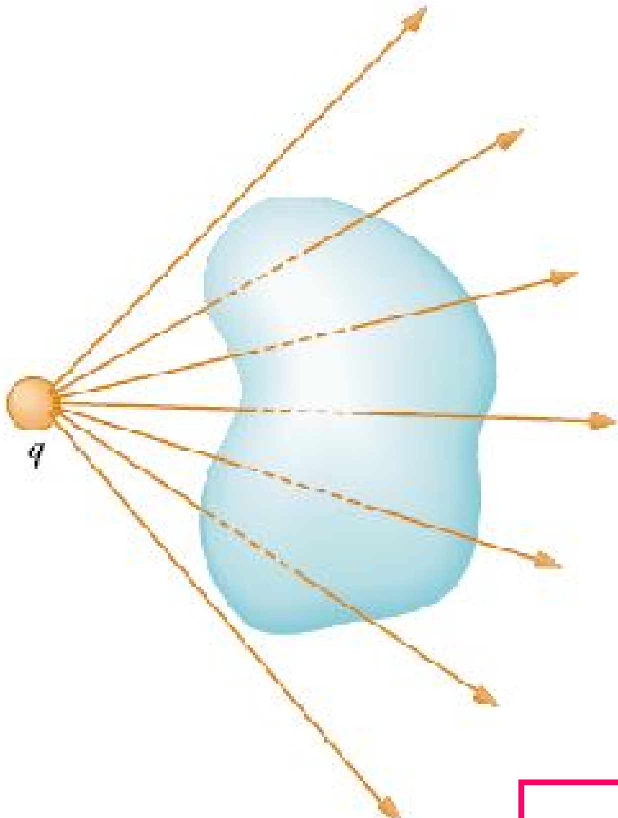
$$\phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}q\oint\!\!\oint\frac{dA}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}q\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\frac{r^2}{r^2}\cos\theta\,d\theta$$



Cualquiera sea la superficie que encierre a **q ,** el flujo de E es el mismo.







El número de líneas de **E** que salen de la superficie cerrada es igual al número de líneas que entran a ella

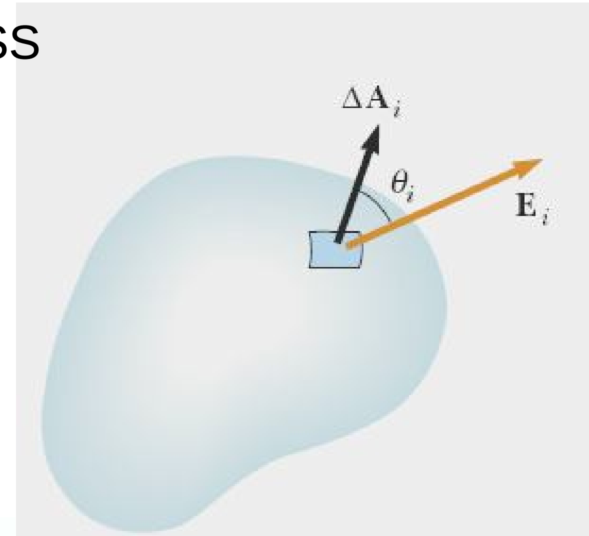
$$\Downarrow$$

$$\phi_E = 0$$

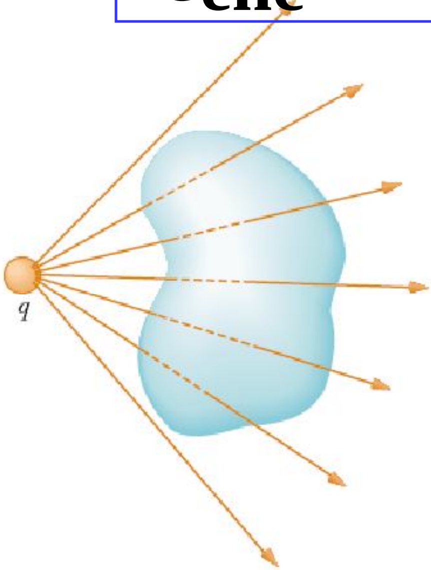
$$\boxed{\phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}}$$

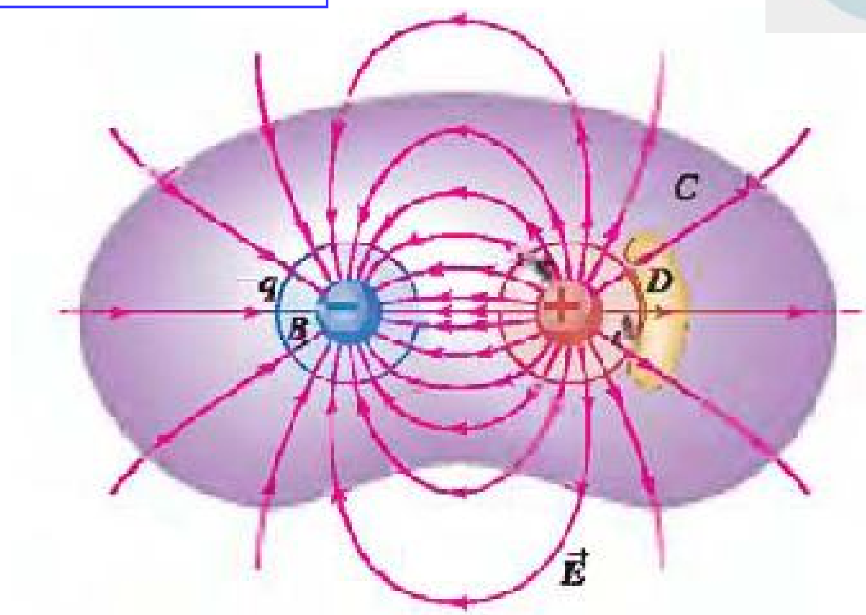
$$\phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

TEOREMA DE GAUSS



1) $$Q_{enc} = 0 \not\Rightarrow \vec{E} = 0$$



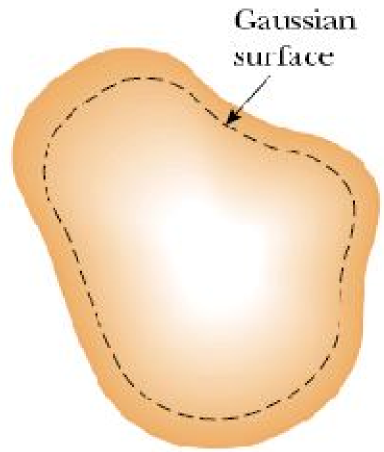


2) $$\vec{E} = 0 \Rightarrow \phi_E = 0 \Rightarrow Q_{enc} = 0$$

APLICACIÓN LEY DE GAUSS DEL CAMPO ELECTRICO

Distribución de Q en conductores

$$\phi_E = \oiint \vec{E}\,.d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

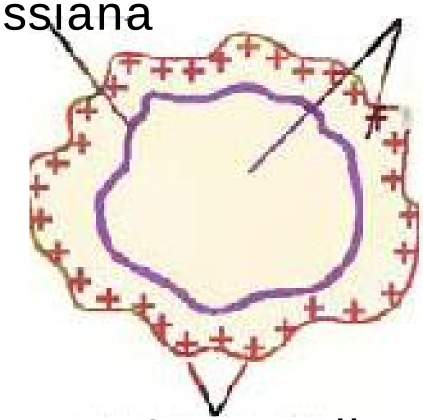


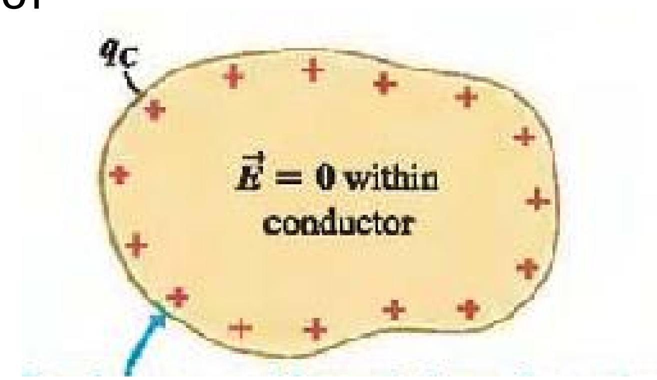
Conductor con carga **Q,** en equlibrio electrostático

$$\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0 \Rightarrow \phi_E = 0 \Rightarrow Q = 0$$

Sup. gaussiana

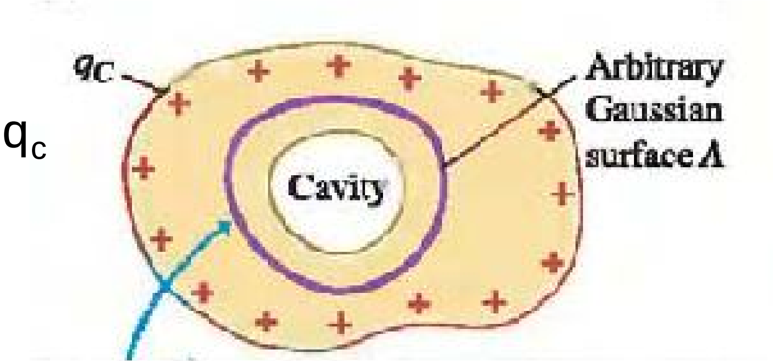
conductor





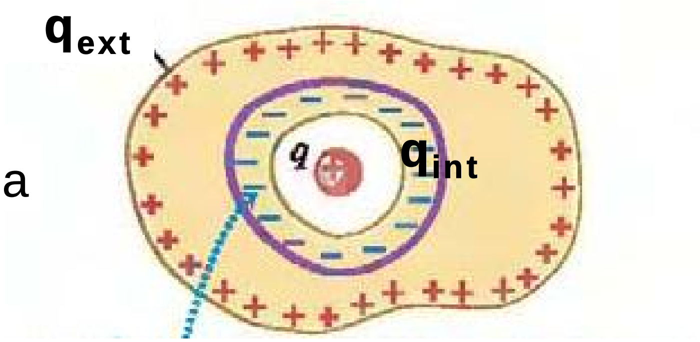
Cargas dist. En la superficie del conductor

Conductor con una cavidad y carga q_c



Como **E = 0** (Eq. Electrostático), entonces $\phi_E = 0 \Rightarrow Q_{enc} = 0$

Conductor descargado, carga q en la cavidad



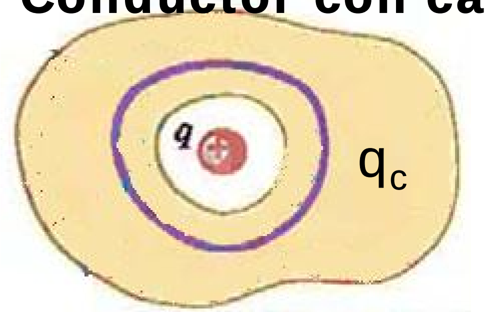
Como **E = 0** (Eq. Electrostático), entonces $\phi_E = 0 \Rightarrow Q_{enc} = 0 = q + q_{int}$

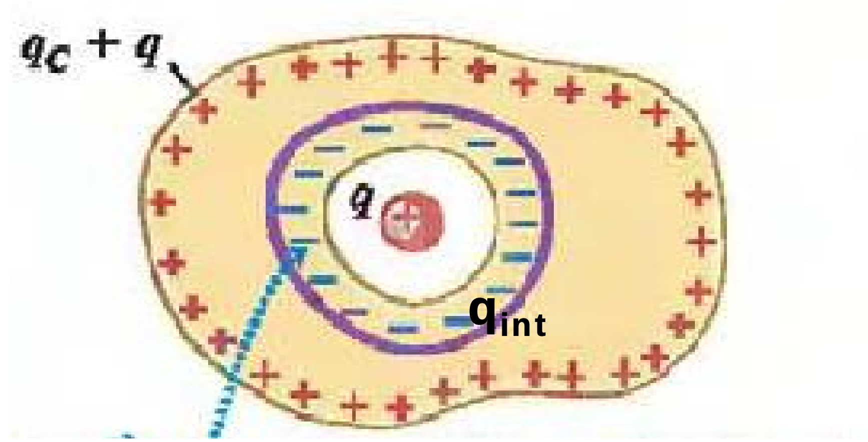
$$q_{int} = -q$$

Como en conductor estaba descargado, por conservación de la carga

$$q_{int} + q_{ext} = 0 \quad \Longrightarrow \quad q_{ext} = q$$

Conductor con carga q_c, carga q en la cavidad





$$\phi_E = 0 \Rightarrow Q_{enc} = 0 = q + q_{int}$$

$$q_{int} = -q$$

$$q_{int} + q_{ext} = q_c$$

$$\boxed{q_{ext} = q + q_c}$$

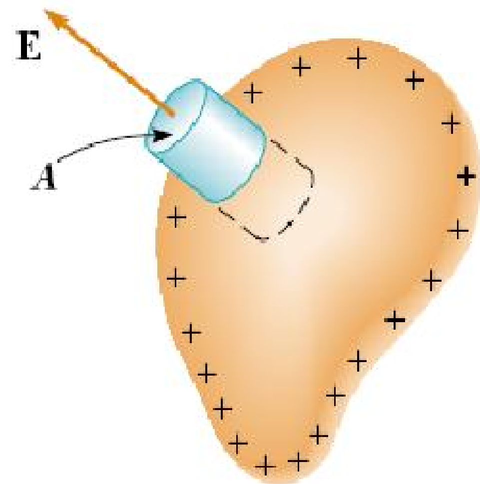
$$\sigma_{int} \quad \rightarrow q_{int} = \iint \sigma_{int}\, dA$$

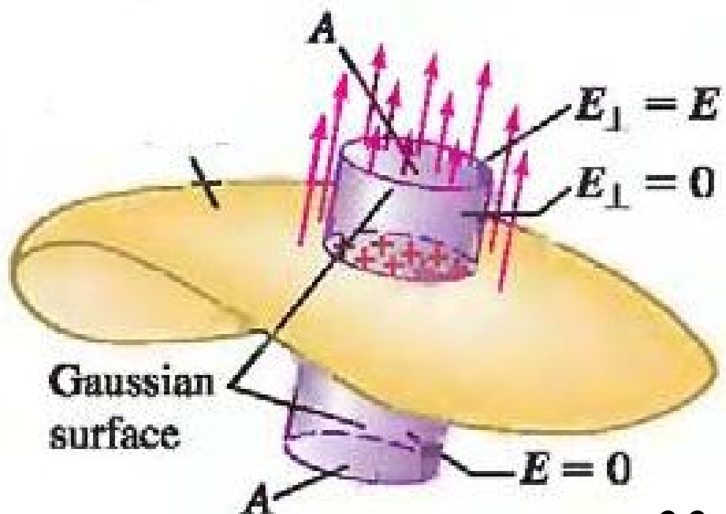
$$\sigma_{int} = \frac{q_{int}}{A_{int}}$$

$$\sigma_{ext} \quad \rightarrow q_{ext} = \iint \sigma_{int}\, dA$$

$$\sigma_{ext} = \frac{q_c + q}{A_{ext}}$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$





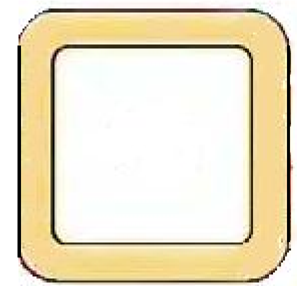
$$\oiint \vec{E}.d\vec{A} = \iint_{\text{base}} \vec{E}.d\vec{A} + \iint_{\text{tapa}} \vec{E}.d\vec{A} + \iint_{\text{lateral}} \vec{E}.d\vec{A}$$

$$\vec{E} = 0 \qquad \vec{E} \,/\!/\, d\vec{A} \qquad \vec{E} \perp d\vec{A}$$

Suponiendo E=cte, en el área de integración

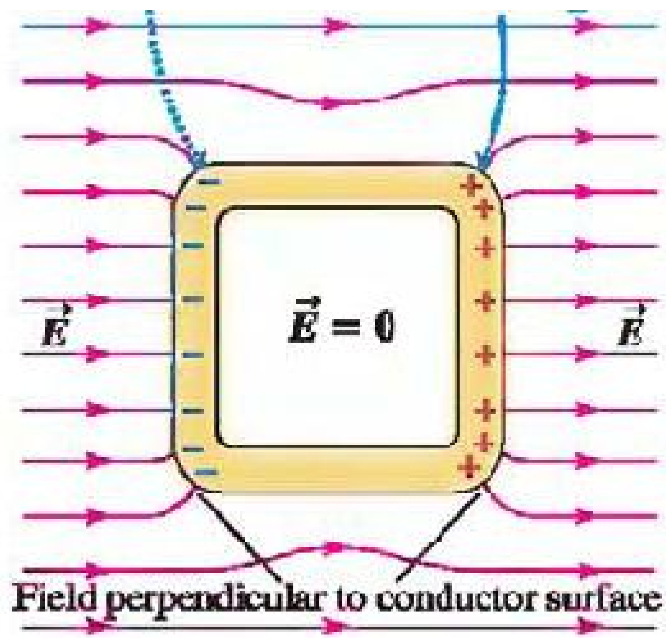
$$\oiint \vec{E}.d\vec{A} = \iint_{\text{lateral}} E\,dA = E\,A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \qquad \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

E uniforme



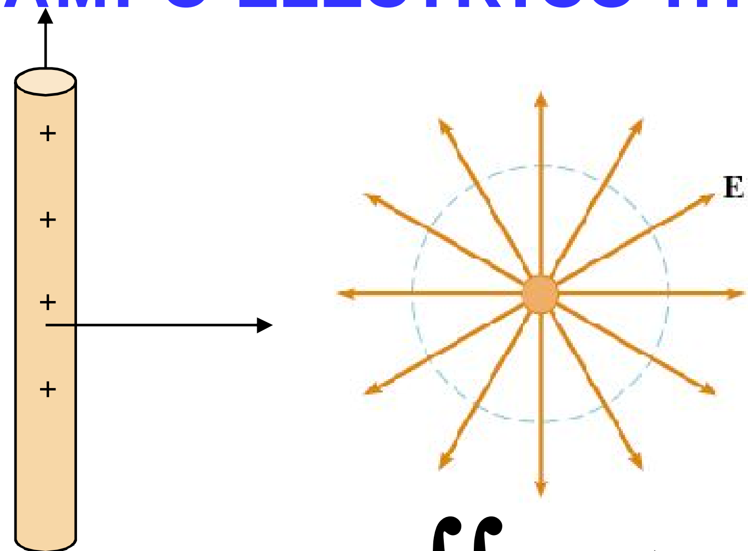
conductor

Carga neta negativa   Carga neta positiva

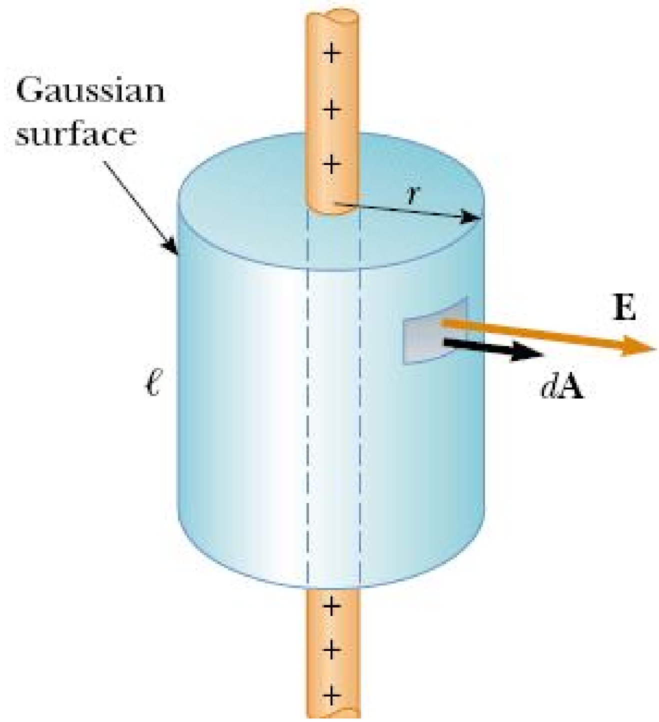


Carga total nula

CAMPO ELECTRICO HILO INFINITAMENTE LARGO



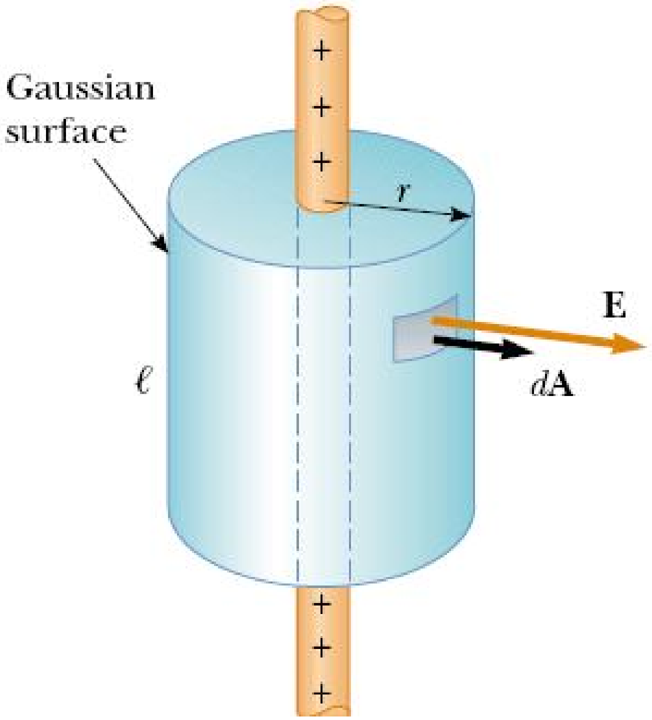
$$\phi_E = \oiint \vec{E}\,.d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$



$$\oiint \vec{E}\,.d\vec{A} = \iint_{\text{tapa}} \vec{E}\,.d\vec{A} + \iint_{\text{base}} \vec{E}\,.d\vec{A} + \iint_{\text{lateral}} \vec{E}\,.d\vec{A}$$

$$\vec{E}.d\vec{A} = 0$$

$$\vec{E}.d\vec{A} = E\,dA$$



$$\oiint \vec{E}\,.d\vec{A} = E \iint\limits_{\text{lateral}} dA$$

$$\oiint \vec{E}\,.d\vec{A} = E\,2\pi r l = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

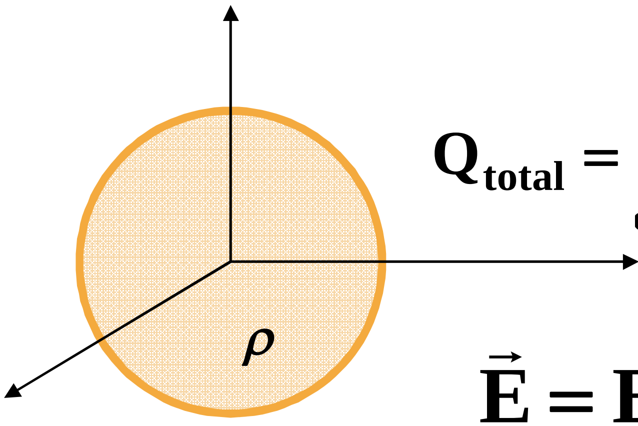
Si se tiene un hilo corto no se puede aplicar Gauss para determinar E.
Porque no se puede definir una superficie de Gauss donde E sea constante y perpendicular a la misma en todo punto de la superficie

Para cualquier distribucíon de cargas se cumple el teorema de Gauss

Solamente es una herramienta para calcular E, en aquellas distribuciones que por simetría se puede determinar la dirección de E y su dependencia con las coordenadas.

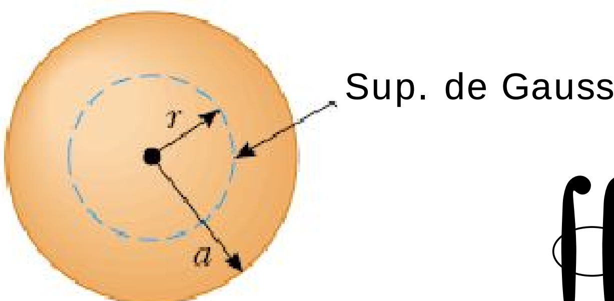
Entonces se puede elegir la superficie de Gauss óptima donde E es constante y paralela a la normal.

CAMPO ELECTRICO ESFERA UNIFORMEMENTE CARGADA



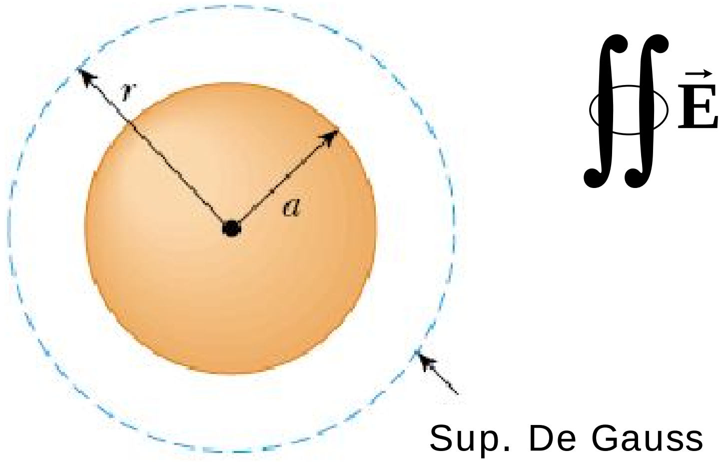
$$Q_{total} = \iiint \rho \, dVol \qquad Q_{total} = \rho \iiint dVol = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

$$\vec{E} = E(r)\hat{r} \qquad \phi_E = \oint\!\!\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$



$$\oint\!\!\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\varepsilon_0}$$

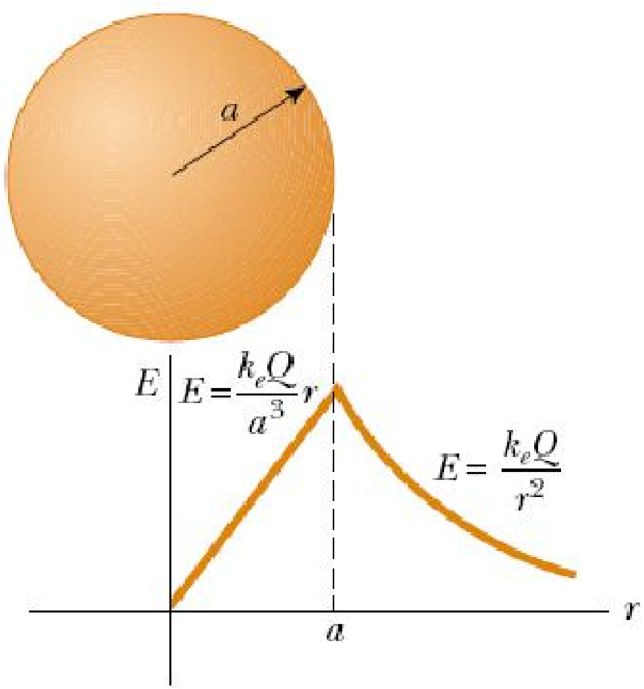
$$\boxed{E(r < a) = \frac{\rho \, r}{3\varepsilon_0}}$$



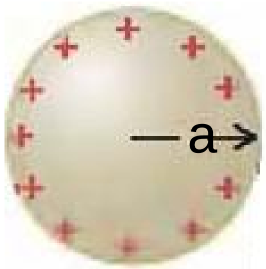
$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{A} = E\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi a^3\right)}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E(r > a) = \frac{\rho\, a^3}{3\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

$$\boxed{E(r < a) = \frac{\rho\, r}{3\varepsilon_0} = \frac{Q\, r}{4\pi\varepsilon_0\, a^3}}$$



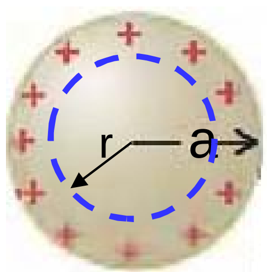
CAMPO ELECTRICO ESFERA UNIFORMEMENTE CARGADA EN SUPERFICIE



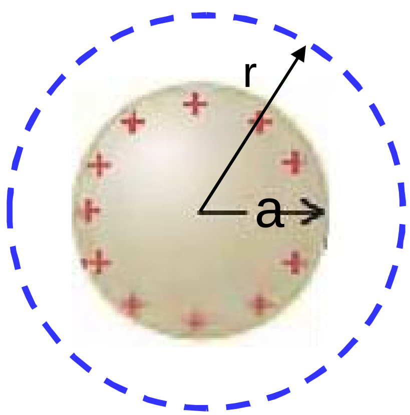
$$Q_{total} = \iint \sigma dA = \sigma(4\pi a^2)$$

$$\vec{E} = E(r)\hat{r}$$

$$\phi_E = \oiint \vec{E}\,.d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

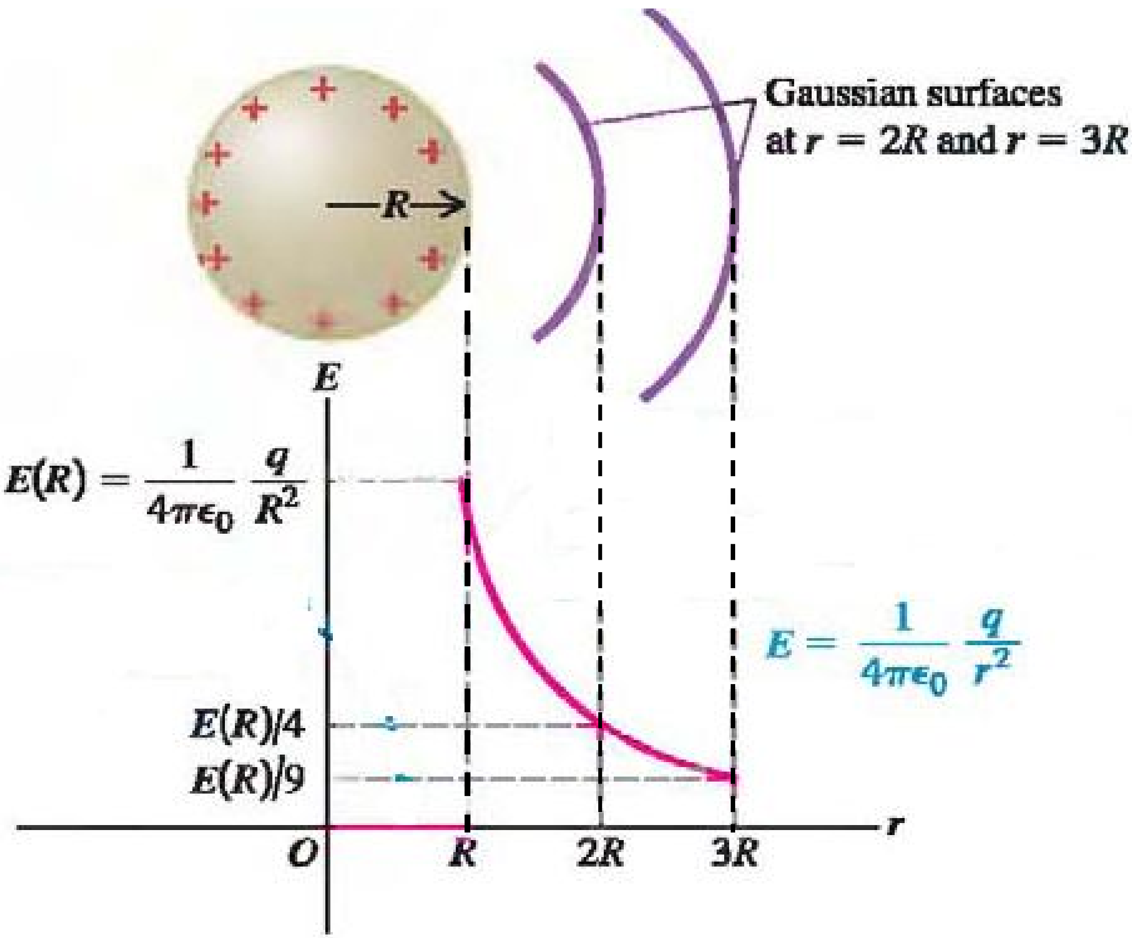


$$\oiint \vec{E}\,.d\vec{A} = E\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \boxed{E(r<a)=0}$$

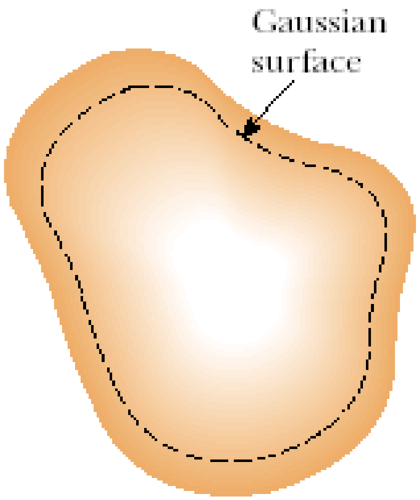


$$\oiint \vec{E}\,.d\vec{A} = E\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma(4\pi a^2)}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E(r>a) = \frac{\sigma a^2}{\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$



Gaussian surfaces
at $r = 2R$ and $r = 3R$
R
E
$E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}$
$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$
$E(R)/4$
$E(R)/9$
O
R
$2R$
$3R$
r



$$\boxed{\phi_E = \oint\!\!\oint \vec{E}\,.d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}}$$

$$\phi_E = \oint\!\!\oint \vec{E}\,.d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dVol$$

Volumen encerrado en la superficie de Gauss

$$\phi_E = \iiint \vec{\nabla}.\vec{E}\, dVol = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dVol$$

$$\boxed{\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$